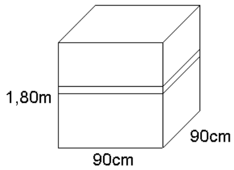
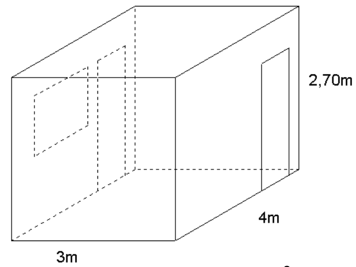
Geometria Espacial

1. Quantos metros quadrados de madeira são gastos, aproximadamente, para fabricar 100 caixas para transportar geladeiras? (A forma e as medidas da caixa estão na figura ao lado).



2. A diagonal de um cubo mede $10\sqrt{3}$. Qual o volume e a área total do cubo.

3. Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir até o teto as quatro paredes de uma cozinha, com as dimensões da figura abaixo? Sabe-se, também, que cada porta tem $1,60m^2$ de área e a janela tem uma área de $2m^2$.

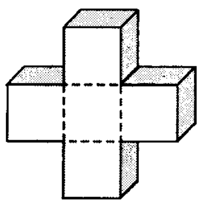


4. Determine a medida da diagonal de um paralelepípedo retângulo reto de arestas com medidas a, b e c.

5. **(ITA-SP)** Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume desse prisma, em centímetros cúbicos, é:

a) $27\sqrt{3}$ b) $13\sqrt{2}$ c) 12 d) $54\sqrt{3}$ e) $17\sqrt{5}$

6. **(PUC-SP)** A base de um prisma reto é um triângulo de lados 5m, 5m e 8m e a altura é 3m. Calcule o seu volume.



7. **(UFCE)** Os cinco cubos idênticos e justapostos formam uma cruz, como mostra a figura. Sabendo-se que a área total da cruz é $198cm^2$, determine o volume, em cm^3, de cada cubo.

8. As dimensões da base de um paralelepípedo retângulo reto P são 3m e 5m, respectivamente, e seu volume é de $60m^3$. Determine o comprimento, em metros, do maior segmento de reta que une dois pontos de P.

9. **(ITA)** Considere um prisma triangular retangular cuja aresta da base mede x cm. Sua altura é igual ao menor lado de um triângulo ABC inscrito num círculo de raio x cm. Sabendo-se que o triângulo ABC é semelhante ao triângulo de lados 3cm, 4cm, e 5cm, determine o volume do prisma em cm^3.

10. **(FATEC)** Um prisma reto retângulo têm arestas medindo x cm, 2x cm e x cm. Sua diagonal principal mede $3a\sqrt{2}$. A área total desse prisma é:

a) $30a^2$ b) $24a^2$ c) $18a^2$ d) $12a^2$

11. **(UFMG)** As áreas das superfícies de dois cilindros retos V_1 e V_2, de bases circulares, são iguais. Se as alturas e os raios das bases dos dois cilindros são respectivamente. H_1, R_1, H_2, R_2 pode-se afirmar que a razão entre os volumes de V_1 e V_2, nessa ordem é:

a) $\frac{H_1}{H_2}$ b) $\frac{R_1}{R_2}$ c) $\left(\frac{H_1}{H_2}\right)^2$ d) $\frac{R_1H_1}{R_2H_2}$ e) $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$

12. De um tronco cilíndrico devemos obter uma viga de seção retangular de volume máximo. Que forma deve ter a sua seção?

13. **(PUC-RS)** Dois cilindros, um de altura 4 e outro de altura 6, têm para perímetro de suas bases 6 e 4 respectivamente. Se V_1 é o volume do primeiro e V_2 o volume do segundo, então:

a) $V_1 = V_2$
b) $V_1 = 2V_2$
c) $V_1 = 3V_2$
d) $2V_1 = 3V_2$
e) $2V_1 = V_2$

14. **(UFRJ-2002)** Um exportador de manteiga vendeu seu produto em tabletes de 1Kg, embrulhados em papel de alumínio. Cada tablete tem o custo total de R$ 5,20, sendo R$ 4,80 referentes ao quilo de manteiga e R$ 0,40 referentes ao papel. Por exigências do mercado, passará a vender também manteiga em tabletes de 125 g, com as mesmas proporções dos de 1kg. Sabendo-se que o papel usado nas embalagens dos tabletes de 125g tem o mesmo custo por metro quadrado e as mesmas proporções do usado nas de 1Kg, **determine o custo (incluído o papel alumínio da embalagem) de cada tablete de 125g.**

15. **(FCM)** Um cilindro com eixo horizontal de 15m de comprimento e diâmetro interno de 8m contém álcool. A superfície livre do álcool determina um retângulo de área $90m^2$. Qual o desnível entre essa superfície e a geratriz de apoio do cilindro?

a) 6m b) $\sqrt{7}$m c) $(4-\sqrt{7})$m
d) $(4+\sqrt{7})$m e) n.r.a

Extra

Quando é que um produto alcança o seu valor máximo?

Para resolvermos muitos problemas relacionados com máximo e mínimo, isto é , para determinar o maior e o menor valor de uma grandeza variável, pode ser usado um seguinte teorema algébrico que iremos citar (não farei a demonstração) no seguinte problema: Como dividir um número em duas partes para que seu produto seja máximo?

Sol. Suponhamos que o número dado seja "a". As partes em que se divide "a" são $\frac{a}{2}+x$ e $\frac{a}{2}-x$

O número *x* indica a diferença destas partes em relação à metade de ª O produto delas será igual a

$$\left(\frac{a}{2}+x\right)\left(\frac{a}{2}-x\right)=\frac{a^2}{4}-x^2$$

É evidente que o produto das partes consideradas aumentará a medida que x diminuir, isto é, a media que x diminuir a diferença entre elas. O resultado será maior quando x = 0, isto é, quando ambas as partes forem iguais. Portanto o número deve ser dividido ao meio. Com isso temos o seguinte resultado: "O produto de dois números cuja soma seja constante atingirá seu valor máximo quando estes números forem iguais entre si."

Na verdade generalizando o raciocínio abaixo podemos demonstrar o seguinte teorema:

"O produto de n números cuja soma é constante igual a s atingirá seu valor máximo quando estes números forem iguais entre si, ou seja, quando estes números forem iguais a $\frac{s}{n}$."

Uma conseqüência deste teorema é que sendo x + y constante, o produto $x^p \cdot y^q$ atinge o seu valor máximo quando $\frac{x}{y}=\frac{p}{q}$.

16. **(ITA-SP)** O raio de um cilindro de revolução mede 1,5 m. Sabe-se que a área da base do cilindro coincide com a área da seção determinada por um plano que contém o eixo do cilindro. Determine a área total do cilindro, em metro quadrado.

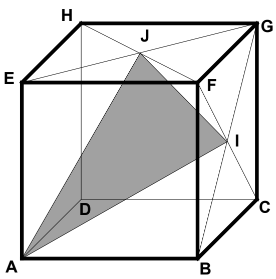
17. **(FUVEST)** A uma caixa d'água de forma cúbica com 1m de lado está acoplado um cano cilíndrico com 4cm de diâmetro e 50m de comprimento. Num certo instante, a caixa está cheia de água e o cano vazio. Solta-se a água pelo cano até que fique cheio. Qual o valor aproximado de altura da água na caixa no instante em que o cano ficou cheio?
a) 90cm b) 92cm c) 94cm
d) 96cm e) 98cm

18. **(UFMG)** Dois cilindros têm áreas iguais. O raio do primeiro é igual a um terço do raio do segundo. O volume do primeiro é V_1 e o volume do segundo é V_2. Portanto V_2 é igual a:
a) $\frac{1}{3}V_1$ b) V_1 c) $\frac{2}{3}V_1$
d) $2V_1$ e) $3V_1$

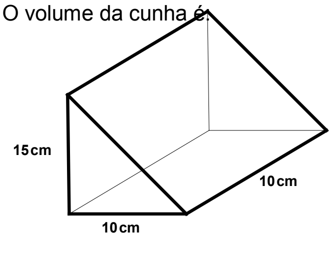
19. **(UFF)** Uma piscina tem a forma de um prisma reto cuja base é um retângulo de dimensões 15m e 10m. A quantidade necessária de água para que o nível de água da piscina suba 10cm é:
a) 0,15L d) 1.500 L
b) 1,5 L e) 15.000 L
c) 150 L

20. **(Fuvest)** Dois blocos de alumínio, em forma de cubo, com arestas medindo 10cm e 6cm são levados juntos à fusão e em seguida o alumínio líquido é moldado como um paralelepípedo reto de arestas 8cm, 8cm e x cm. O valor de x é:
a) 16
b) 17
c) 18
d) 19
e) 20

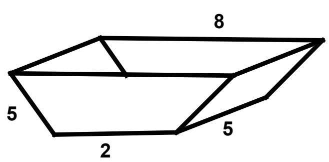
21. **(Fuvest)** Na figura a seguir I e J são os centros das faces BCFG e EFGH do cubo ABCDEFGH de aresta ª Os comprimentos dos segmentos AI e IJ são, respectivamente:
a) $\frac{a\sqrt{6}}{2}, a\sqrt{2}$
b) $\frac{a\sqrt{6}}{2}, \frac{a\sqrt{2}}{2}$
c) $a\sqrt{6}, a\frac{a\sqrt{2}}{2}$
d) $a\sqrt{6}, a\sqrt{2}$
e) $2a, \frac{a}{2}$



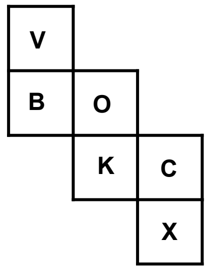
22. **(FEI)** de uma viga de madeira de seção quadrada de lado L=10cm extrai-se uma cunha de altura 15cm, conforme a figura. O volume da cunha é:
a) 250 cm^3
b) 500 cm^3
c) 750 cm^3
d) 1000 cm^3
e) 1250 cm^3



23. **(PUC)** Um tanque de uso industrial tem a forma de um prisma cuja base é um trapézio isósceles. Na figura a seguir, são dadas as dimensões, em metros, do prisma. O volume desse tanque, em metros cúbicos, é:
a) 50
b) 60
c) 80
d) 100
e) 120

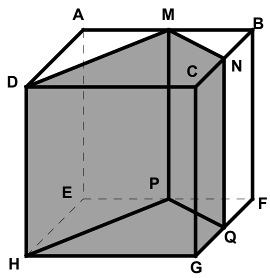


24. **(UERJ)** Dobrando-se a planificação abaixo, reconstruímos o cubo que se originou. A letra que fica na face oposta à que tem um X é:
a) V
b) O
c) B
d) K

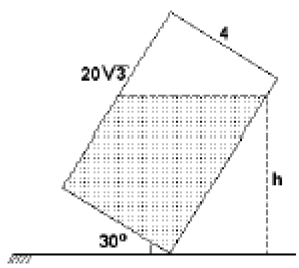


25. **(Fuvest)** O volume de um paralelepípedo reto retângulo é de 240 cm^3. As áreas de duas de suas faces são 30cm^2 e 48 cm^2. A área total de paralelepípedo, em cm^2, é:
a) 96
b) 118
c) 236
d) 240
e) 472

26. **(UNESP)** As arestas do cubo ABCDEFGH representado na figura , medem 1cm. Se M, N, P e Q são os pontos médios das aresta a que pertencem, então o volume do prisma DMNCHPQG é:
a) 0,625 cm^2
b) 0,725 cm^2
c) 0,745 cm^2
d) 0,825 cm^2
e) 0,845 cm^2



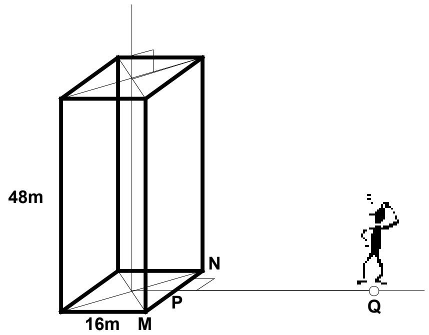
27. **(Fuvest - adapt.)** Um bloco retangular (isto é, um paralelepípedo reto - retângulo) de base quadrada de lado 4cm e altura $20\sqrt{3}$ cm com $\frac{2}{3}$ de seu volume cheio de água, está inclinado sobre uma das arestas da base, formando um ângulo de 30º com o solo (ver seção lateral abaixo). Determine:



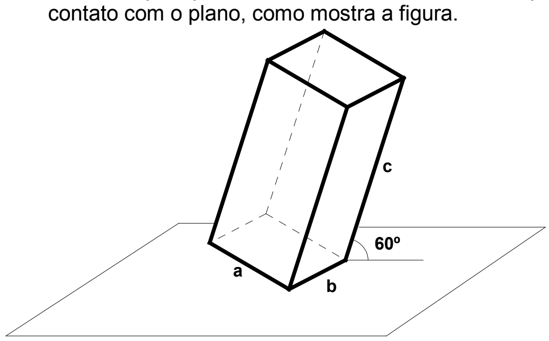
a) a altura h do nível da água em relação ao solo.
b) a altura H quando sob esta mesma inclinação ele está com o seu volume máximo suportado.
c) a altura do nível de água após retornarmos o bloco para a posição normal, sabendo que ele estava com o seu volume máximo suportado com a inclinação de 30º.
d) a porção aproximada do volume total do bloco que se despeja quando o inclinamos de 30º.

28. **(UFF)** Um prédio com a forma de um paralelepípedo retângulo tem 48m de altura. No centro da cobertura desse prédio e perpendicularmente a essa cobertura está instalado um pára-raios. No ponto Q sobre a reta r - que passa pelo centro da base do prédio e é perpendicular ao segmento MN - está um observador que avista somente uma parte do pára-raios (ver figura). A distância do chão aos olhos do observador é de 1,8m e o segmento PQ mede 61,6m. O comprimento da parte do para raios que o observador não consegue avistar é:

a) 16 m
b) 12 m
c) 8 m
d) 6 m
e) 3 m



29. **(UFRJ)** Uma caixa sem tampa, completamente cheia de leite, tem a forma de um paralelepípedo retângulo de dimensões internas a = 10cm, b = 7 cm e c = 16cm. Inclina-se a caixa de 60º em relação ao plano horizontal de modo que apenas uma das menores arestas fique em contato com o plano, como mostra a figura.



Calcule o volume do leite derramado.

30. **(UFRJ)** Mário e Paulo possuem piscinas em suas casa. Ambas têm a mesma profundidade e bases com o mesmo perímetro. A piscina de Mário é um cilindro circular reto e a de Paulo é um prisma reto de base quadrada. A companhia de água da cidade cobra R$ 1,00 por metro cúbico de água consumida.

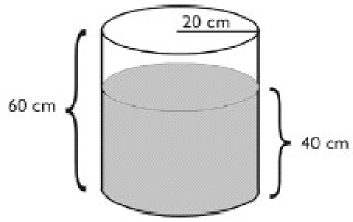
a) Determine qual dos dois pagará mais para encher de água sua piscina.
b) Atendendo a um pedido da família Mário resolve duplicar o perímetro da base e a profundidade de sua piscina, mantendo porém a forma circular. Determine quanto Mário pagará pela água para encher a nova piscina, sabendo que anteriormente ele pagava R$ 50,00.

31. **(Enem)** Uma garrafa cilíndrica está fechada, contendo um líquido que ocupa quase completamente seu corpo, conforme mostra a figura. Suponha que , para fazer medições, você disponha apenas de uma régua milimetrada.

Para calcular o volume do líquido contido na garrafa, o número mínimo de medições a serem realizadas é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

32. **(UERJ)** Um recipiente cilíndrico de 60 cm de altura e base com 20 cm e raio está sobre uma superfície plana horizontal e contém água até a altura de 40 cm, conforme indicado na figura.



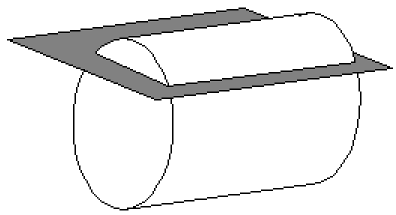
Imergindo-se totalmente um bloco cúbico no recipiente, o nível da água sobe 25%. Considerando π igual a 3, a medida, em cm, da aresta do cubo colocado na água é igual a:

a) $10\sqrt{2}$
b) $10\sqrt[3]{2}$
c) $10\sqrt{12}$
d) $10\sqrt[3]{12}$

33. A área lateral de um cilindro de revolução é metade da área da base. Se o perímetro de sua seção meridiana é 18 m, o volume vale:

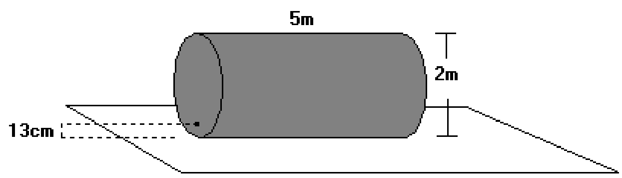
a) $8\pi\ m^3$
b) $10\pi\ m^3$
c) $12\pi\ m^3$
d) $16\pi\ m^3$
e) $20\pi\ m^3$

34. Um cilindro circular reto de raio R e altura h = 2R é cortado por um plano paralelo ao seu eixo. Sendo R/2 a distância do eixo ao plano secante, calcule o volume do menor segmento cilíndrico resultante dessa seção.

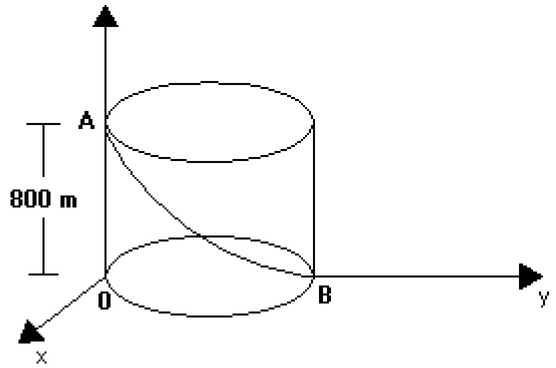


35. **(UFF)** Em certo posto de gasolina, há um tanque com a forma de um cilindro circular reto, com 5m de altura e diâmetro da base 2m mantido na horizontal, sob o solo. Devido a corrosão, surgiu em uma parede, um furo situado 13cm acima do plano horizontal que o apoia, conforme ilustrado na figura. O combustível vazou até que seu nível atingiu a altura do furo, em relação ao plano que o tanque está apoiado. Indicando-se por **V** o volume desse tanque e por **v** o volume do combustível restante, considerando-se $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$ e π = 3,14, pode-se afirmar que:

a) 0,20 < **v** / **V** < 0,30
b) 0,10 < **v** / **V** < 0,20
c) 0,05 < **v** / **V** < 0,10
d) 0,01 < **v** / **V** < 0,05
e) **v** / **V** < 0,01



36. (UFRJ) Um pára-quedista está no ponto A situado a 800 m do solo e, devido a condições técnicas, é obrigado a seguir uma trajetória que está sempre na superfície lateral do cilindro C de revolução cujo raio r da base é igual a $\frac{200}{\pi}$m .

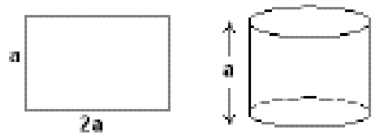


Determine o comprimento do menor caminho percorrido pelo pára-quedista para tingir o ponto de pouso $B\left(0,\frac{400}{\pi},0\right)$.

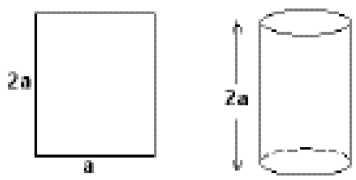
37. (FUVEST 04) Uma metalúrgica fabrica barris cilíndricos de dois tipos, A e B, cujas superfícies laterais são moldadas a partir de chapas metálicas retangulares de lados a e 2a, soldando lados opostos dessas chapas, conforme ilustrado ao lado. Se V_A e V_B indicam os volumes dos barris do tipo A e B, respectivamente, tem-se:

a) $V_A = 2V_B$
b) $V_B = 2V_A$
c) $V_A = V_B$
d) $V_A = 4V_B$
e) $V_B = 4V_A$

barril do tipo A

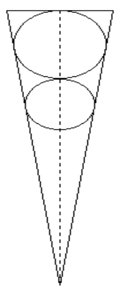


barril do tipo B



38. (UFRJ-2000-2) Uma pirâmide regular tem base quadrada de área 4. Ela é seccionada por um plano paralelo à base de modo a formar um tronco de pirâmide de altura 2 e de base superior de área 1. Determine o valor da aresta lateral do tronco de pirâmide.

39. Duas esferas, de 3m e 4m de raio têm centros no eixo de um cone, como mostra a figura. Calcule a altura do cone.

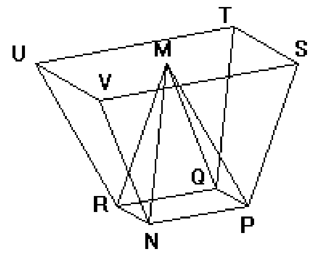


40. (UFRJ-2001-2) Dois cones circulares têm bases tangentes e situadas no mesmo plano. Sabe-se que ambos têm o mesmo volume e que a reta suporta uma das geratrizes de um passa pelo vértice do outro. Sendo r o menor dentre os raios, s o maior e x = r/s.
Determine x.

41. (UFF) No teto de um centro de convenções será instalada uma luminária que terá a forma da figura abaixo, onde estão representados:

- o tronco de pirâmide reta NPQRUVST de bases retangulares;
- a pirâmide reta MNPQR de base retangular e altura igual a 1m;
- o ponto M localizado no centro do retângulo VSTU.

Sabe-se que UT = 2m, UV = 1m, NP = 1m e PQ = 0,5 m.



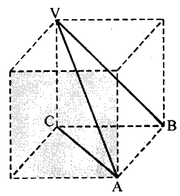
Determine o volume do sólido exterior à pirâmide MNPQR e interior ao tronco de pirâmide NPQRUVST.

42. (ITA) Consideremos uma pirâmide regular cuja base quadrada tem área que mede 64cm2. Numa seção paralela à base que dista 30mm dessa inscreve-se um círculo. Se a área deste círculo mede 4π cm2, então a altura dessa pirâmide mede:

a) 1cm
b) 2cm
c) 4cm
d) 6cm
e) 60cm

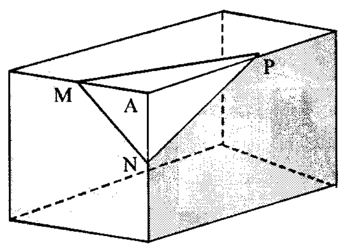
43. (CESGRANRIO) Em um cubo de aresta $\sqrt[3]{6}$, considera-se o tetraedro VABC, como indicado na figura. O volume do tetraedro é:

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{3}$
d) $\sqrt{6}$ / 3 e) 1



44. (VUNESP) Em cada um dos vértices de um cubo de madeira se recorta uma pirâmide AMNP, onde M, N e P são os pontos médios das arestas, como se mostra na figura. Se V é o volume do cubo, o volume do poliedro que resta ao retirarmos as 8 pirâmides é igual a :

a) $\frac{V}{2}$
b) $\frac{3V}{4}$
c) $\frac{2V}{3}$
d) $\frac{5V}{6}$
e) $\frac{3V}{8}$



45. (CESGRANRIO) Um recipiente cônico, com altura 2 e raio da base 1, contém água até a metade de sua altura (fig. 1). Inverte-se a posição do recipiente, como mostra a fig.2. A distância do nível da água ao vértice , na situação da fig.2 é:

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{4}{3}$
c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt[3]{7}$
e) $\sqrt[3]{6}$

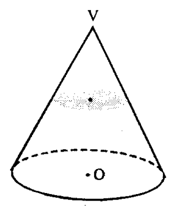


Fig. 1

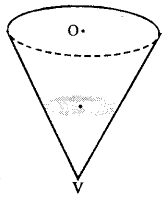


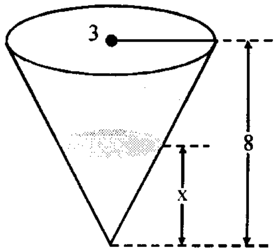
Fig.2

46. (FUVEST) Um copo tem a forma de um cone com altura 8cm e raio e base 3cm. Queremos enche-lo com quantidades iguais de suco e água. Para que isso seja possível a altura h atingida pelo primeiro líquido colocado deve ser:

a) $\frac{8}{3}$cm b) 6cm

c) 4cm d) $4\sqrt{3}$cm

e) $4\sqrt[3]{4}$cm

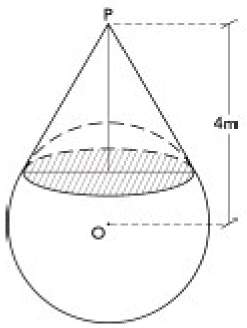


47. (EU-Maringá) Uma pirâmide de chumbo é mergulhada num tanque cúbico de aresta 1m cheio d'água até a borda. Se a base da pirâmide é um triângulo retângulo cujos catetos medem 0,5 e se sua altura também é de 0,5m, então o volume de água derramada foi de:

a) $\frac{1}{12}m^3$ b) $\frac{1}{24}m^3$ c) $\frac{1}{36}m^3$

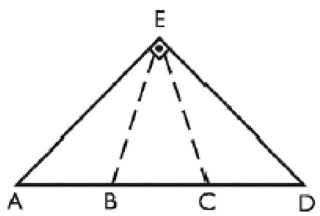
d) $\frac{1}{48}m^3$ e) $\frac{1}{64}m^3$

48. (UERJ) Admita uma esfera com raio igual a 2 m, cujo centro O dista 4 m de um determinado ponto P. Tomando-se P como vértice, construímos um cone tangente a essa esfera, como mostra a figura. Calcule, em relação ao cone:

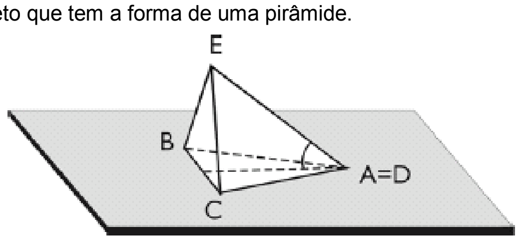


(A) seu volume;
(B) sua área lateral.

49. A figura abaixo representa uma chapa de metal com a forma de um triângulo retângulo isósceles em que AB =BC=CD= 2 m.

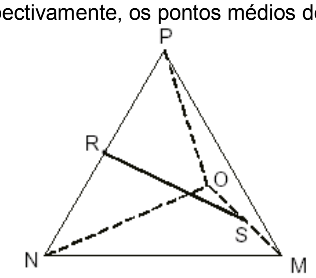


Dobrando-a nas linhas BE e CE , constrói-se um objeto que tem a forma de uma pirâmide.



Desprezando a espessura da chapa, calcule o cosseno do ângulo formado pela aresta AE e o plano ABC.

50. (UFF) No tetraedro regular representado na figura, R e S são, respectivamente, os pontos médios de NP e OM.



A razão $\frac{\overline{RS}}{\overline{MN}}$ é igual a:

a) $\sqrt{3}$

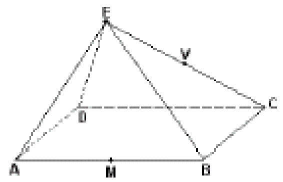
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

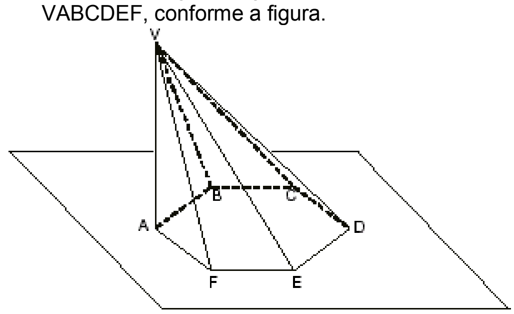
d) $3\sqrt{2}$

51. (FUVEST 04) A pirâmide de base retangular ABCD e vértice E representada na figura tem volume 4. Se M é o ponto médio da aresta AB e V é o ponto médio da aresta EC , então o volume da pirâmide de base AMCD e vértice V é:

a) 1
b) 1,5
c) 2
d) 2,5
e) 3

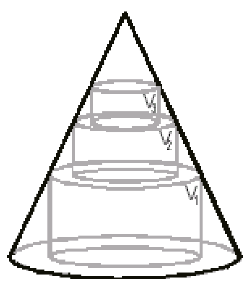


52. (UFF) O hexágono regular ABCDEF é base da pirâmide VABCDEF, conforme a figura.



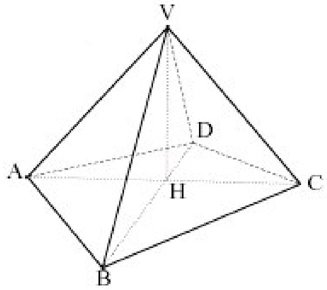
A aresta VA é perpendicular ao plano da base e tem a mesma medida do segmento AD. O segmento AB mede 6 cm. Determine o volume da pirâmide VACD.

53. (UFF) A figura representa um cone de volume 36 π cm^3 contendo três cilindros cujos volumes V_1, V_2 e V_3 estão, nesta ordem, em progressão geométrica de razão 1/27.



Sabe-se que cada um dos cilindros tem a altura igual ao raio de sua base. Determine o raio da base do cone.

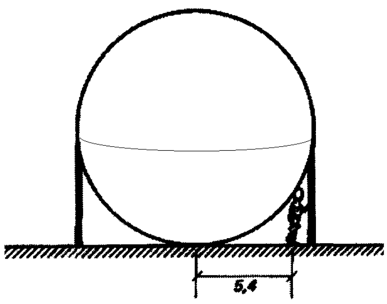
54. (UERJ) A figura do R3 abaixo representa uma pirâmide de base quadrada ABCD em que as coordenadas são A(0, 0, 0), B(4, 2, 4) e C(0, 6, 6), e o vértice V é eqüidistante dos demais. A partir da análise dos dados fornecidos, determine:



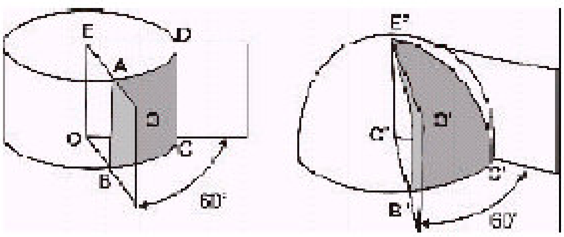
a) as coordenadas do vértice D e a medida de cada aresta de base;
b) as coordenadas cartesianas do ponto V, considerando que o volume da pirâmide é igual a 72.

55. (UFRJ-2002-2) Considere uma esfera *E1* , inscrita, e outra esfera *E2* circunscrita a um cubo de aresta igual a 1cm. **Calcule a razão entre o volume de *E2* e o volume de *E1* .**

56. Um engenheiro da prefeitura, com 1,8m de altura, inspecionava a construção de um novo reservatório de água, de forma esférica. Sua cabeça tocava o tanque exatamente quando ele estava a 5,4m do ponto onde o reservatório encontrava o chão. Sabendo que a cidade consume 5 mil m^3 de água por hora, calcule para o engenheiro quanto tempo seria necessário para que a cidade consumisse o tanque cheio.



57. (UFF-2002-2) Considere duas superfícies S = ABCD e S' = E'B'C' obtidas, respectivamente, pelas interseções de um cilindro circular reto e de uma semi-esfera com semiplanos que formam um ângulo diedro de 60o, conforme as figuras abaixo.



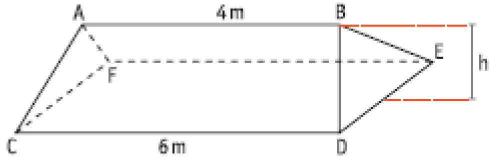
Tem-se:
O - centro da base do cilindro
OE - altura do cilindro
OB - raio da base do cilindro
O'E' - raio da semi-esfera
OE = OB = O'E'

Sendo área(S) a área da superfície S e área(S') a área da superfície S', **calcule o valor de**

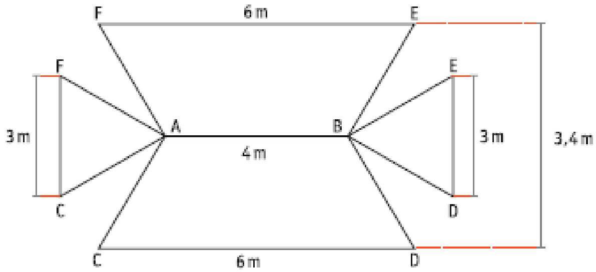
$$\frac{\textbf{área(S)}}{\textbf{área(S')}}$$

58. (CESGRANRIO) Uma esfera está contido num cilindro circular reto e tangencia suas bases e suas superfície lateral. Então a razão entre a área da esfera e a área do cilindro é:
a) ½
b) 2/3
c) ¾
d) $2/\pi$
e) $\pi/4$

59. (UERJ 06)



I



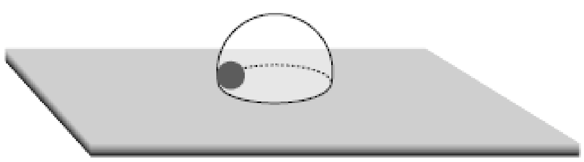
II

A figura 1 mostra a forma de um toldo de uma barraca, e a figura II, sua respectiva planificação, composta por dois trapézios isósceles congruentes e dois triângulos. Calcule:
a) a distância **h** da aresta AB ao plano CDEF.
b) O volume do sólido de vértices A, B, C, D, E e F, mostrado na figura I, em função de **h**.

60. (UERJ 05)

O poliedro acima, com exatamente trinta faces quadrangulares numeradas de 1 a 30, é usado como um dado, em um jogo. Admita que esse dado seja perfeitamente equilibrado e que, ao ser lançado, cada face tenha a mesma probabilidade de ser sorteada. Calcule:
a) a probabilidade de obter um número primo ou múltiplo de 5, ao lançar esse dado uma única vez;
b) o número de vértices do poliedro.

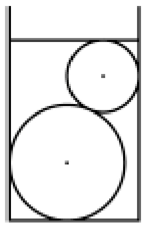
61. (UERJ 05) Uma cuba de superfície semi-esférica, com diâmetro de 8 cm, está fixada sobre uma mesa plana. Uma bola de gude de forma esférica, com raio igual a 1 cm, encontra-se sob essa cuba.



Desprezando a espessura do material usado para fabricar a cuba, determine:
a) a maior área, em cm^2, pela qual a bola de gude poderá se deslocar na superfície da mesa;
b) o volume, em cm^3, da maior esfera que poderia ser colocada embaixo dessa cuba.

62. **(UERJ 04)** Para fazer uma caixa sem tampa com um único pedaço de papelão, utilizou-se um retângulo de 16 cm de largura por 30 cm de comprimento. De cada um dos quatro cantos desse retângulo foram retirados quadrados de área idêntica e, depois, foram dobradas para cima as abas resultantes. Determine a medida do lado do maior quadrado a ser cortado do pedaço de papelão, para que a caixa formada tenha:
a) área lateral de 204 cm^2;
b) volume de 600 cm^3.

63. **(UERJ 04)** Duas esferas metálicas maciças de raios iguais a 8 cm e 5 cm são colocadas, simultaneamente, no interior de um recipiente de vidro com forma cilíndrica e diâmetro da base medindo 18 cm. Neste recipiente despeja-se a menor quantidade possível de água para que as esferas fiquem totalmente submersas, como mostra a figura.



Posteriormente, as esferas são retiradas do recipiente. A altura da água, em cm, após a retirada das esferas, corresponde, aproximadamente, a:
a) 10,6
b) 12,4
c) 14,5
d) 25,0

64. **(UERJ 04)** Para revestir externamente chapéus em forma de cones com 12 cm de altura e diâmetro da base medindo 10 cm, serão utilizados cortes retangulares de tecido, cujas dimensões são 67 cm por 50 cm. Admita que todo o tecido de cada corte poderá ser aproveitado. O número mínimo dos referidos cortes necessários para forrar 50 chapéus é igual a:
a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

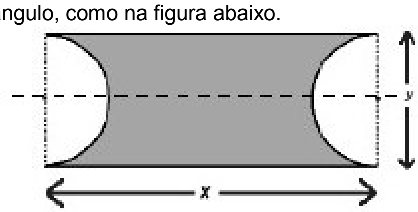
65. **(UERJ 04)** Um tonel cilíndrico, sem tampa e cheio de água, tem 10 dm de altura e raio da base medindo 5 dm. Considerando π = 3,14, ao inclinarmos o tonel em 45º, o volume de água derramada, em dm^3, é aproximadamente de:
a) 155
b) 263
c) 353
d) 392

66. **(UERJ 04)** Dois prismas regulares retos P_1 e P_2, o primeiro de base triangular e o outro de base hexagonal, têm a mesma área da base e a mesma área lateral. A razão entre o volume de P_1 e o de P_2 eqüivale a:

a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) 1

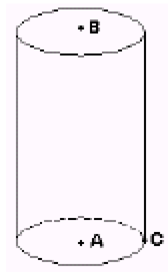
b)

67. **(UFRJ 03)** Considere um retângulo, de altura *y* e base *x,* com *x* > *y,* e dois semicírculos com centros nos lados do retângulo, como na figura abaixo.

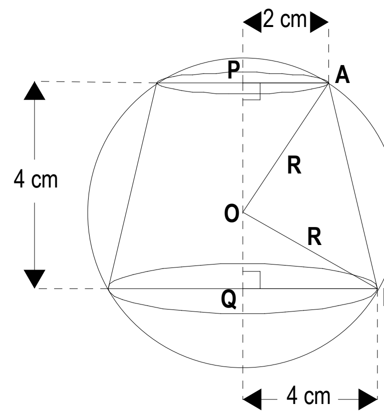


Calcule o volume do sólido obtido pela rotação da região sombreada em torno de um eixo que passa pelos centros dos semicírculos.

68. **(FUVEST 2001)** Na figura ao lado, têm-se um cilindro circular reto, onde A e B são os centros das bases e C é um ponto da interseção da superfície lateral com a base inferior do cilindro. Se D é o ponto do segmento BC, cujas distâncias a AC e AB são ambas iguais a *d*, obtenha a razão entre o volume do cilindro e sua área total (área lateral somada com as áreas das bases), em função de *d*.



69. Dizemos que um tronco de cone está inscrito em uma esfera se as circunferências de suas bases estão contidas na superfície da esfera. Na figura abaixo o centro de uma esfera é um ponto interior a um tronco de cone circular reto de bases paralelas inscrito nessa esfera. Sabendo que a altura do tronco é 4cm e que suas bases tem raios 2 cm e 4cm, **obtenha a medida do raio da esfera circunscrita**.



70. **(Cesgranrio - Adaptado)** Para fazer o telhado de uma casa de cartolina, um quadrado de centro O e de lado 2ℓ é recortado, como mostra a figura 1 abaixo. Os lados AB = CD – EF = GH medem $\ell\sqrt{3}$. Montado o telhado (figura 2) determine:
a) a área de superfície deste telhado
b) a altura deste telhado

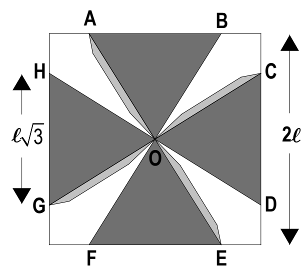


Figura 1

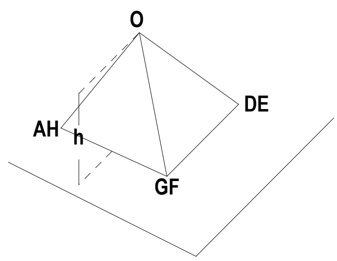
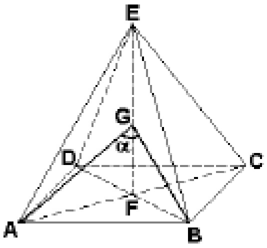


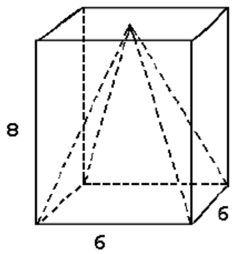
Figura 2

71. **(Fuvest)** A figura abaixo mostra uma pirâmide reta de base quadrangular ABCD de lado 1 e altura EF = 1. Sendo G o ponto médio da altura EF e α a medida do ângulo $A\hat{G}B$, então cos α vale:

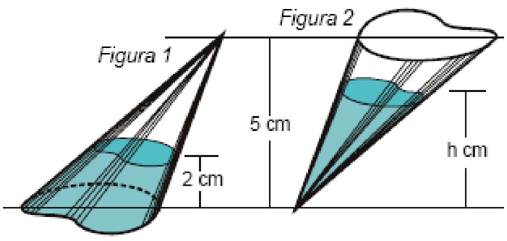
a) ½
b) 1/3
c) ¼
d) 1/5
e) 1/6



72. Considere uma caixa sem tampa com a forma de um paralelepípedo reto de altura 8 m e base quadrada de lado 6 m. Apoiada na base, encontra-se uma pirâmide sólida reta de altura 8 m e base quadrada com lado 6 m. O espaço interior à caixa e exterior à pirâmide é preenchido com água, até uma altura h, a partir da base ($h \leq 8$). Determine o volume da água para um valor arbitrário de h, $0 \leq h \leq 8$.



73. **(UFRJ 05)** Uma ampola de vidro tem o formato de um cone cuja altura mede 5 cm. Quando a ampola é posta sobre uma superfície horizontal, a altura do líquido em seu interior é de 2 cm (Figura 1).



Determine a altura h do líquido quando a ampola é virada de cabeça para baixo (Figura 2).

74. **(UFRJ 04)** Uma barra de sabão ABCDEFGH, com a forma de um paralelepípedo retângulo , foi cortada pelo pano que contém os pontos C, D F e G, como mostrado na figura 1. O sólido ABCDFG obtido foi cortado, mais uma vez, pelo plano que contém os pontos M, N P e Q que são, respectivamente, os pontos médios das arestas AD, BC, CG e DF, como ilustrado na figura 2.

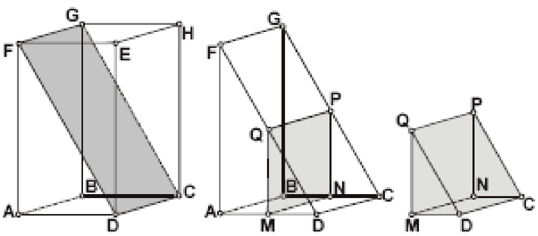
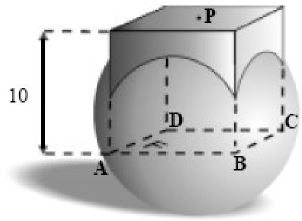


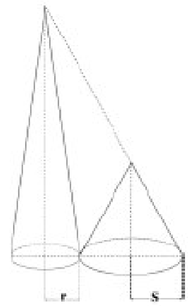
fig. 1 *fig. 2* *fig. 3*

Calcule a razão entre o volume do sólido CDMNPQ resultante desse segundo corte (ilustrado na figura3) e o volume da barra de sabão original.

75. **(UFRJ 03)** Um cubo de aresta 10 cm tem os quatro vértices A, B, C e D de uma de suas faces, *F*, sobre a superfície de uma esfera *S* de raio *r*. Sabendo que a face oposta a *F* é tangente à esfera *S* no ponto *P*, calcule o raio *r*.

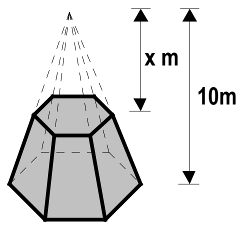


76. **(UFRJ 01)** Dois cones circulares retos têm bases tangentes e situadas no mesmo plano, como mostra a figura. Sabe-se que ambos têm o mesmo volume e que a reta que suporta uma das geratrizes de um passa pelo vértice do outro.



Sendo *r* o menor dentre os raios das bases, *s* o maior e $x = \frac{r}{s}$, **determine** ***x*****.**

77. **(ITA 02)** Seja uma pirâmide regular de base hexagonal e altura 10m. A que distância do vértice devemos cortá-la por plano paralelo à base de forma que o volume da pirâmide obtida seja $\frac{1}{8}$ do volume da pirâmide original ?



a) 2m b) 4m c) 5m d) 6m e) 8m

78. **(Fuvest 05)** No sólido S representado na figura ao lado, a base ABCD é um retângulo de lados AB = 2λ e AD = λ; as faces ABEF e DCEF são trapézios; as faces ADF e BCE são triângulos equiláteros e o segmento EF tem comprimento λ. Determinar, em função de λ, o volume de S.