

Progressões Aritméticas

- Na progressão aritmética $(a, a+2, a+4, \dots)$:
 - a razão é $a + 2$.
 - o 4º termo é $a + 8$.
 - o 101º termo é $a + 200$.
 - a soma dos 100 primeiros termos é $100a + 900$.
 - nenhuma das opções acima.
- (UFRJ – 88)** Todos os termos de uma progressão aritmética são números naturais. A soma dos 11 primeiros termos é maior que 640 e menor que 660. Determine a razão dessa progressão sabendo que o primeiro termo é 9.
- Em um restaurante, os preços de três pratos estão em progressão aritmética de razão R\$ 12,00. Se o primeiro e o segundo pratos custam juntos R\$ 42,00, determine quanto custam juntos o segundo e o terceiro pratos.
- Calcule $1 - 3 + 5 - 7 + \dots - 199$.
- Calcule a soma dos n primeiros números ímpares.
- Devemos colocar 500 bolas formando um triângulo com uma bola na primeira linha, duas na segunda linha, três na terceira, etc ...
 - Quantas bolas sobrarão?
 - Quantas linhas haverá?
- Em uma progressão aritmética com um número par de termos, a soma dos termos de ordem ímpar é 70 e a soma dos termos de ordem par é 85. A soma dos extremos é 31. Forme a progressão.
- Um quadrado mágico de ordem n é um quadrado com n linhas e n colunas formado pelos números $1, 2, \dots, n^2$ de tal forma que todas as colunas e linhas tem a mesma soma. O valor dessa soma é chamado de constante mágica. Determine a constante mágica de um quadrado de ordem n .
- 31 livros são arrumados em uma estante, em ordem crescente de preços, da esquerda para a direita. O preço de cada livro difere em R\$ 2,00 dos preços dos livros que lhe são adjacentes. O preço do livro mais caro é a soma dos preços do livro do meio e de um dos que lhe são adjacentes. Determine o preço do livro mais caro.

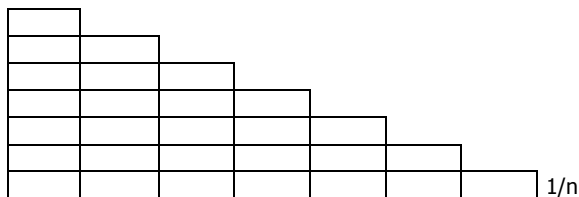
10. No triângulo

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | | | |
| 3 | 5 | | |
| 7 | 9 | 11 | |
| 13 | 15 | 17 | 19 |

determine:

- O primeiro termo da 31ª linha.
- A soma dos elementos da 31ª linha.

11. **(UFRJ 2002-2)** Para cada número natural $n = 1$, seja F_n a figura plana composta de quadradinhos de lados iguais a $1/n$, dispostos da seguinte forma:



F_n é formada por uma fila de n quadradinhos, mais uma fila de $(n - 1)$ quadradinhos, mais uma fila de $(n - 2)$ quadradinhos e assim sucessivamente, sendo a última fila composta de um só quadradinho (a figura ilustra o caso $n = 7$).

Calcule o limite da área de F_n quando n tende a infinito.

12. **(UERJ 2002-2q)** Leia com atenção a história em quadrinhos.



(O Globo, 16/03/2001)

Considere que o Leão da história acima tenha repetido o convite por várias semanas. Na primeira, convidou a Lana para sair 19 vezes, na segunda, convidou 23 vezes; na terceira, 27 vezes e assim sucessivamente, sempre aumentando em 4 unidades o número de convites feitos na semana anterior.

Imediatamente após Ter sido feito o último dos 492 convites o número de semanas já decorridas desde o primeiro convite era igual a:

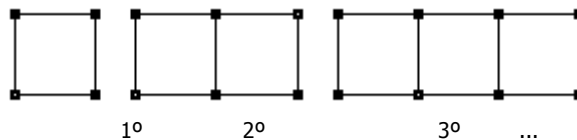
- 10
- 12
- 14
- 16

13. **(UFF 90)** A média aritmética dos números pares de dois algarismos é:

- 50
- 51
- 52
- 53
- 54

14. **(UFRJ 2000-1)** Mister MM, o Mágico da Matemática, apresentou-se diante de uma platéia com 50 fichas, cada uma contendo um número. Ele pediu a uma espectadora que ordenasse as fichas de forma que o número de cada uma, excetuando-se a primeira e a última, fosse a média aritmética do número da anterior com o da posterior. Mister MM solicitou a seguir à espectadora que lhe informasse o valor da décima Sexta e da trigésima primeira ficha, obtendo como resposta 103 e 58 respectivamente. Para delírio da platéia, Mister MM adivinhou então o valor da última ficha. Determine você também este valor.

15. A Com palitos iguais constrói-se uma sucessão de figuras planas, conforme sugerem os desenhos abaixo:



O número de quadrados congruentes ao da figura acima existentes em uma figura formada por 121 palitos é:

- 26
- 121
- 67
- 606
- 40

16. A rádio renovação inicia sua programação todos os dias às 6h. Sua programação é formada por módulos musicais de 15 min, intercalados de mensagens comerciais de 2min. Ligando o rádio às 21h40min, quantos minutos de música serão ouvidos antes da próxima mensagem?

17. **(UFF)** Determine o valor de x na equação

$$\log x + \log x^2 + \log x^3 + \dots + \log x^2 = 342$$

18. Calcule a soma de todos os números que quando divididos por 11 dão resto 7 e estão compreendidos entre 200 e 400.

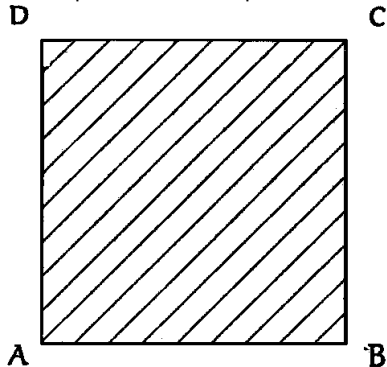
19. **(Fuvest)** Os números inteiros positivos são dispostos em "quadrados" da seguinte maneira:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 10 | 11 | 12 | 19 | -- | -- |
| 4 | 5 | 6 | 13 | 14 | 15 | -- | -- | -- |
| 7 | 8 | 9 | 16 | 17 | 18 | -- | -- | -- |

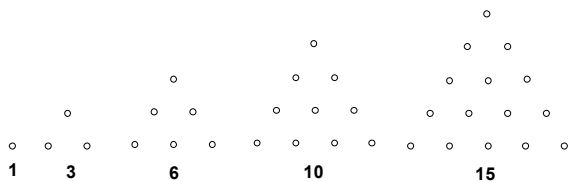
O número 500 se encontra em um desses "quadrados". A "linha" e a "coluna" em que o número 500 se encontra são, respectivamente:

- 2 e 2.
- 3 e 3.
- 2 e 3.
- 3 e 2.
- 3 e 1.

20. (UFSC) Assinale a única proposição correta. A soma dos múltiplos de 10, compreendidos entre 1 e 1 995, é:
- a) 198.000. c) 199.000. e) 19.900.
b) 19.950. d) 1.991.010.
21. (Unaerp-SP) A soma dos dez primeiros termos de uma progressão aritmética é 185 e a soma dos doze primeiros é 258, então, o primeiro termo e a razão são respectivamente:
- a) 3 e 5. b) 5 e 3. c) 3 e -5. d) -5 e 3. e) 6 e 5.
22. O quadrado ABCD da figura abaixo tem lado 9. Seus lados foram divididos em 9 partes iguais e, pelos pontos de divisão, traçaram-se paralelas à diagonal AC. Qual é a soma dos comprimentos dessas paralelas incluindo AC?



23. Na festa de encerramento de um grande torneio esportivo, todos os atletas foram dispostos em 40 filas, de modo a formar um triângulo, como indica a figura a seguir. Quantos atletas participaram do torneio?.
24. Em certo telhado, as telhas dispõem-se de modo que cada fila tem 2 telhas a mais que a anterior. Um telhadista está calculando quantas telhas precisa para as 4 faces do telhado. Ajude-o a calcular o número de telhas sabendo que cada face leva 4 telhas na primeira fileira e 38 na última fileira de cima para baixo.
25. Três rapazes, um de camisa branca, outro de camisa amarela e outro de camisa azul, sobem uma escadaria. O de camisa branca é o mais adiantado: diz que está a 9,4m do chão e que subiu metade dos degraus. O de camisa amarela está 6m acima do rapaz de camisa azul no 34º degrau. O rapaz de camiseta azul está no 4º degrau. Os degraus tem todos a mesma altura, exceto o primeiro, que tem 30cm. Quantos degraus tem a escada?
26. Os números 3, 6, 10, 15, chamam-se números



triangulares, pois podem ser representados pelas figuras:

- a) Qual é o sétimo número triangular da seqüência dada?
- b) Que número se deve somar ao vigésimo nono termo da seqüência, para se obter o trigésimo termo?
- c) 233 é um número triangular
- d) Quais são os números triangulares entre 200 e 300?

27. (UFRJ 99) Uma progressão geométrica de 8 termos tem primeiro termo igual a 10. O logaritmo decimal do produto de seus termos vale 36. **Ache a razão da progressão.**

28. Observe a sucessão de matrizes a seguir, constituída com os números ímpares positivos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 11 \\ 13 & 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 17 & 19 \\ 21 & 23 \end{bmatrix}, \dots$$

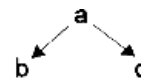
- a) Determine o maior número escrito ao se completar a 37ª matriz.
b) O número 661 aparece na n-ésima matriz. Determine n.

29. (UFRJ 96) João Esperto organizou um clube de investimentos denominado Pirâmide das Ilusões. Como fundador do clube, João Esperto tornou-se o sócio com inscrição de número 1. Pelo estatuto do clube, cada sócio deve indicar oportunamente dois novos membros. O sócio que indica os dois novos membros é chamado de padrinho destes dois novos sócios e estes são denominados seus afilhados. Cada novo sócio recebe também seu respectivo número de inscrição no clube. De acordo com o estatuto, o sócio com número de inscrição n indica seus afilhados após a indicação e inscrição dos afilhados do sócio de número (n-1). Os novos sócios são sempre inscritos um a um, cada um deles recebendo como número de inscrição o número inteiro seguinte ao número total de sócios já inscritos. Para representar o fato de que "o sócio a é padrinho dos sócios b e c" usamos o diagrama:

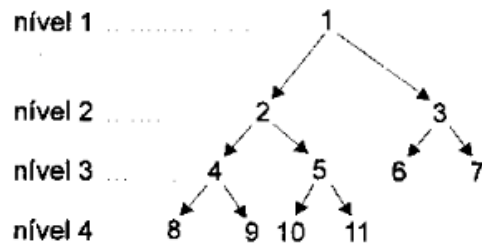
A figura abaixo ilustra a organização do clube no momento em que o número total de sócios era igual a onze, indicando também a sucessão de níveis na organização dos sócios. O clube Pirâmide das Ilusões tem hoje mais de 13.000 sócios.

Em relação ao sócio número 5.017 determine:

- a) o número de inscrição de cada um dos seus dois afilhados;



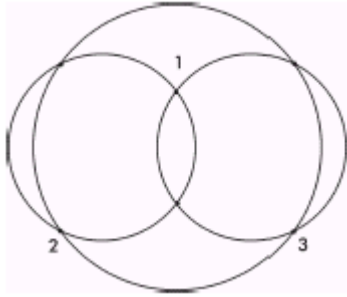
- b) o número de inscrição do seu padrinho;
b) o seu nível na organização dos sócios;
c) a quantidade de sócios no mesmo nível que ele, mas com número de inscrição inferior a 5.017.



30. (UERJ 98) Marcos e Paulo vão fazer um concurso e para isso resolveram estudar todos os dias. Marcos vai estudar 2 horas por dia, a partir de hoje. Paulo vai estudar hoje apenas uma hora e, nos dias que se seguem, vai aumentar o tempo de estudo em 1/2 hora a cada dia. Considerando esses dados, determine o número de horas que:

- a) Paulo estudará no décimo sexto dia, a partir de hoje;
b) cada um deverá ter estudado em 16 dias consecutivos, a partir de hoje.

31. (UERJ 00) Observe a figura abaixo, em que 1, 2 e 3 indicam três dos seis pontos de interseções das circunferências. Use os números 4, 5 e 6 para indicar os outros três pontos. A soma dos quatro números que indicam os pontos de interseção de qualquer uma dessas circunferências é constante e igual a S. O valor de S é:
- (A) 12
(B) 14
(C) 16
(D) 18



32. (UENF 00) Um incêndio no Parque Nacional da Serra dos Orgãos, que durou exatamente 6 dias, devastou 60 hectares nos três primeiros dias. Suponha que, a partir do segundo dia, o fogo tenha destruído sempre 8 hectares a mais do que no dia anterior. A partir desses dados, calcule, em hectares, a área que foi destruída pelo incêndio:
- a) no primeiro dia;
b) nos seis dias.

33. (UFRJ 03) Seu Juca resolveu dar a seu filho Riquinho uma mesada de R\$300,00 por mês. Riquinho, que é muito esperto, disse a seu pai que, em vez da mesada de R\$300,00, gostaria de receber um pouquinho a cada dia: R\$1,00 no primeiro dia de cada mês e, a cada dia, R\$1,00 a mais que no dia anterior. Seu Juca concordou, mas, ao final do primeiro mês, logo percebeu que havia saído no prejuízo. **Calcule quanto, em um mês com 30 dias, Riquinho receberá a mais do que receberia com a mesada de R\$300,00.**

34. (UENF-03) Dois corredores vão se preparar para participar de uma maratona. Um deles começará correndo 8 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 2 km; o outro correrá 17 km no primeiro dia e aumentará, a cada dia, essa distância em 1 km. A preparação será encerrada no dia em que eles percorrerem, em quilômetros, a mesma distância. Calcule a soma, em quilômetros, das distâncias que serão percorridas pelos dois corredores durante todos os dias do período de preparação.

35. (UFRJ 04) Felipe começa a escrever números naturais e uma folha de papel muito grande, uma linha após a outra, como mostrado a seguir:

```

1
2 3 4
3 4 5 6 7
4 5 6 7 8 9 10
5 6 7 8 9 10 11 12 13
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
...
...

```

Considerando que Felipe mantenha o padrão seguido em todas as linhas:

- a) determine quantos números naturais ele escreverá na 50ª linha.
b) Determine a soma de todos os números escritos na 50ª linha.
c) Prove que a soma de todos os elementos de uma linha é sempre o quadrado de um número ímpar.

36. (UFF 05) A soma dos n primeiros termos da seqüência de números reais $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ é $\frac{n^2}{3}$, para todo inteiro positivo n .

- a) Verifique se a seqüência é uma progressão geométrica ou uma progressão aritmética ou nenhuma das duas. Justifique sua resposta.
b) Calcule o milésimo termo da seqüência.

37. (UERJ 06/2q) Durante uma experiência em laboratório, observou-se que uma bola de 1 kg de massa, deslocando-se com uma velocidade v , medida em km/h, possui uma determinada energia cinética E , medida em joules. Se (ϕ, E, v) é uma progressão aritmética e $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ o valor de v corresponde a:

- a) $\frac{\phi}{2}$
b) ϕ
c) 2ϕ
d) 3ϕ

38. (UERJ 05)

| | | | | |
|---|----|----|----------|-----|
| | | | n | |
| | 65 | | | |
| | | | | 130 |
| | | 75 | | |
| 0 | | | | |

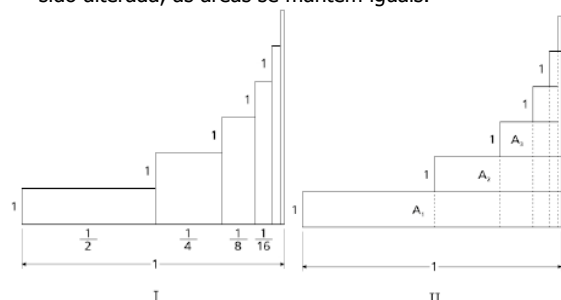
A figura acima apresenta 25 retângulos. Observe que quatro desses retângulos contêm números e um deles, a letra **n**. Podem ser escritos, em todos os outros retângulos, números inteiros positivos, de modo que, em cada linha e em cada coluna, sejam formadas progressões aritméticas de cinco termos. Calcule:

- a) a soma dos elementos da quarta linha da figura;
b) o número que deve ser escrito no lugar de **n**.

39. (UERJ 04) Considere a seguinte soma infinita:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$$

No gráfico I, abaixo, cada parcela desta soma é representada pela área de um retângulo, e a soma infinita é determinada pela soma das áreas desses retângulos. No gráfico II, embora a configuração dos retângulos tenha sido alterada, as áreas se mantêm iguais.



(Os gráficos estão representados fora de escala)

Com base nessas informações, podemos afirmar que a soma infinita tem o seguinte valor:

- a) $\frac{3}{2}$
b) 2
c) $\frac{5}{2}$
d) 4