Função 2º grau

1. **(UFF-01)** Um motorista de táxi cobra, em cada corrida, o valor fixo de R$ 3,20 mais R$ 0,80 por quilômetro rodado.

a) Indicando por x o número de quilômetros rodados e por P o preço a pagar pela corrida, escreva a expressão que relaciona P com x.

b) Determine o número máximo de quilômetros rodados para que, em uma corrida, o preço a ser pago não ultrapasse R$ 120,00.

2. Um triângulo isósceles mede 4 cm de base e 5 cm de altura. Nele deve-se inscrever outro triângulo isósceles invertido, cuja base é paralela à base do maior e cujo vértice é o ponto médio da base do primeiro. Qual é a área máxima possível do triângulo invertido? Qual a altura desse triângulo de área máxima?

3. Qual é a função quadrática f tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 5$ e $f(3) = 4$?

4. Sabe-se que o lucro de uma empresa é dado pela fórmula $L = R – C$, em que L é o lucro total, R é a receita total e C o custo da produção. Numa empresa que produz x unidades, verificou-se que $R(x) = 6000 – x^2$ e $C(x) = x^2 – 2000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção x para que o lucro da empresa seja máximo?

5. Deseja-se construir uma casa térrea de forma retangular. O retângulo onde a casa será construída tem 80 m de perímetro. Calcule as dimensões desse retângulo sabendo que a área de sua região deve ser a maior possível.

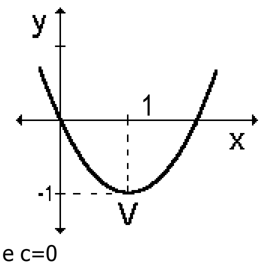
6. **(Unicamp)** Em um pomar em que existiam 30 laranjeiras produzindo, cada uma 600 laranjas por ano, foram plantadas n novas laranjas. Depois de certo tempo constatou-se que devido à competição por nutrientes do solo, cada laranjeira (tanto nova quanto velha) estava produzindo 10 laranjas a menos, por ano, por cada nova laranjeira plantada no pomar. Se f(n) é a produção anual do pomar, determine:

a) a expressão algébrica de f(n).

b) os valores de n para os quais f(n) = 0.

c) quantas novas laranjeiras deveriam ter sido plantadas para que o pomar tenha produção máxima.

7. **(Cesgranrio-RJ)** O gráfico da função quadrática $f(x) = x^2 + bx + c$ é o da figura. Então podemos concluir que:



a) b = -1 e c=0

b) b=0 e c= -1

c) b=1 e c=1

d) b=-2 e c=0

e) b=4 e c= 0

8. **(UFF)** A reta da equação y = -1 é tangente a parábola de equação $y = mx^2 - 4x + 1$. O valor da constante m é:

a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

9. **(PUC-SP)** Um projétil de origem O(0,0), segundo um referencial dado, percorre uma trajetória parabólica que atinge sua altura máxima no ponto (2,4). Escreva a equação dessa trajetória.

10. **(Unicamp-SP)** De acordo com a Lei de Poiseuille a velocidade do sangue num ponto a r cm do eixo central de um vaso sangüíneo é dado pela função $V(r) = C(R^2 - r^2)$, em centímetros por segundo, em que C é uma constante e R o raio do vaso. Supondo para um determinado vaso que $C = 1,8 \times 10^4$ e $R = 10^{-2}$ cm. Calcule:

a) a velocidade do sangue no eixo central do vaso sangüíneo.

b) A velocidade do sangue no ponto médio entre a parede do vaso e o eixo central.

11. **(UFPE)** Num vôo com capacidade para 100 pessoas, uma companhia aérea cobra R$ 200,00 por pessoa quando todos os lugares são ocupados. Se existirem lugares não ocupados, ao preço de cada passagem será acrescida a importância de R$ 4,00 por cada lugar não ocupado (por exemplo, se existirem 10 lugares desocupados o preço de cada passagem será de R$ 240,00). Quantos devem ser os lugares não ocupados para que a companhia obtenha o faturamento máximo?

12. A temperatura T na qual a água entra em ebulição varia com a elevação E acima do nível do mar. Medindo a elevação em metros e a temperatura em graus Celsius, temos:

$$E \cong 1000(100 – T) + 580(100- T)^2$$

a) Em que elevação em metros a temperatura de ebulição será de 99,5º C?

b) Discuta o caso T = 100

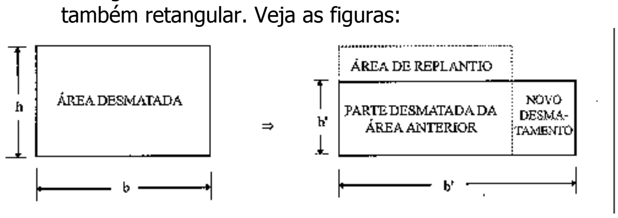
c) Escreva a equação E em função de T na forma geral da função quadrática ($E = ax^2 + bx + c$).

13. **(UFRJ 1997)** Um avião tem combustível para voar durante 4 horas. Na presença de um vento com velocidade v Km/h na direção e sentido do movimento, a velocidade do avião é de (300 + v) Km/h. Se o avião se desloca em sentido contrário ao do vento, sua velocidade é de (300 – v) Km/h.

a) determine d como função de v.

b) Determine para que valor de v a distância d é máxima.

14. **(UERJ 1998)** No interior de uma floresta, foi encontrada uma área em forma de retângulo, de 2 km de largura por 5 km de comprimento, completamente desmatada. Os ecologistas começaram imediatamente o replantio, com o intento de restaurar toda a área em 5 anos. Ao mesmo tempo, madeireiras clandestinas continuavam o desmatamento, de modo que, a cada ano, a área retangular desmatada era transformada em outra área também retangular. Veja as figuras:



A largura (h) diminuía com o replantio e o comprimento (b) aumentava devido aos novos desmatamentos. Admita que essas modificações foram observadas e representadas através das funções:

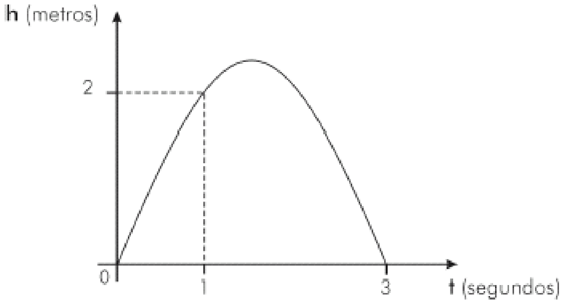
$$h(t) = -2/5\, t + 2 \quad \text{e} \quad b(t) = 5t + 5$$

(t = tempo em anos; h = largura em km e b = comprimento em km).

a) Determine a expressão da área A do retângulo desmatado, em função do tempo t ($0 \le t \le 5$), e represente A(t) no plano cartesiano.

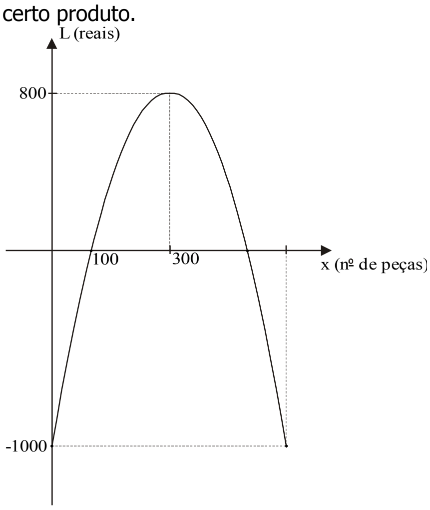
b) Calcule a área máxima desmatada e o tempo gasto para este desmatamento, após o início do replantio.

15. (UENF 2000) Um golfinho realiza um salto cuja trajetória é uma parábola como a que está representada no gráfico abaixo:



Determine a altura h atingida pelo golfinho:
A) no instante t = 2;
B) no ponto máximo do seu salto.

16. A parábola abaixo representa o lucro mensal **L** (em reais) obtido em função do número de peças vendidas de um certo produto.



Determine:

a) o número de peças que torna o lucro nulo;
b) o(s) valor(es) de x que torna(m) o lucro negativo;
c) o número de peças que devem ser vendidas para que o lucro seja de R$ 350,00.

17. (UFRS) O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela função $y = -40x^2 + 200x$, onde **y** é a altura em metros atingida pelo projétil **x** segundos após o lançamento. Determine a altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar.

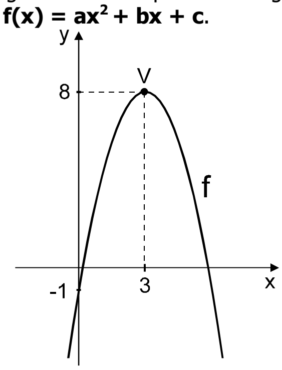
18. (UFF 02) Um muro, com 6 metros de comprimento, será aproveitado como **parte** de um dos lados do cercado retangular que certo criador precisa construir. Para completar o contorno desse cercado o criador usará 34 metros de cerca. Determine as dimensões do cercado retangular de maior área possível que o criador poderá construir.

19. (UFF 97) Considere f e g, funções reais de variável real, definidas por $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = ax^2 + b$.

Sabe-se que $f(-1) = f(2) = 0$ e $g(0) = 1$.

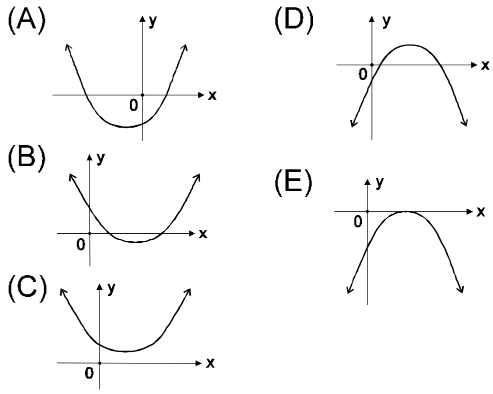
a) Determine as raízes de g.
b) Esboce, no espaço quadriculado abaixo, os gráficos das funções f e g.

20. (UFF) A figura abaixo representa o gráfico da função quadrática $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}$.



Determine os valores dos números reais **a**, **b** e **c**. Assinale a opção que corresponde ao esboço que pode representar o gráfico da parábola de equação

$$y = px^2 + px - p, \quad p \in \mathbb{R}^*.$$



21. (UENF 05) Considere as seguintes funções, relativas a uma ninhada de pássaros:

$C = 5 + 10n$
C = custo mensal, em reais, para a manutenção de n passáros

$V = -5n^2 + 100n - 320$
V = valor mensal arrecadado, em reais, com a venda de n passáros, para $4 \leq n \leq 16$

Sabe-se que o lucro mensal obtido é determinado pela diferença entre os valores de venda **V** e custo **C**.

a) Determine os possíveis valores de **n**, para que haja lucro nas vendas.
b) Calcule o valor de **n** que proporciona o maior lucro possível e o valor, em reais, desse lucro.

22. (UERJ 01/2q) O movimento uniformemente acelerado de um objeto pode ser representado pela seguinte progressão aritmética:

7 11 15 19 23 27 ...

Esses números representam os deslocamentos, em metros, realizados pelo objeto, a cada segundo. Portanto, a função horária que descreve a posição desse objeto é:

(A) $3t + 4t^2$
(B) $5t + 2t^2$
(C) $1 + 2t + 4t^2$
(D) $2 + 3t + 2t^2$

23. (Unirio 03 - Adaptada) Eram exatamente 19h 59 horas do dia 20 de março e toda a equipe do Instituto Sea Shepherd Brasil, uma ONG nacional, criada por brasileiros, para agir em prol dos ambientes marinhos do Brasil, estava mobilizada para ajudar a combater um dos maiores desastres das companhias de petróleo no mundo - o afundamento da plataforma P36.

Fonte: Sea Shepherd Brasil / março de 2001

Na medida em que nenhum derramamento de óleo no mar é ecologicamente insignificante, analise a situação de uma mancha de óleo sobre a superfície da água em forma de um círculo de raio **r** (em m) e área **s** (em m_2). Considerando que a área é uma função do raio dada por $A(r) = \pi \cdot r^2$, e que o raio **r** aumenta em função do tempo **t** (em min.), de acordo com a relação $r(t) = 5 + 5t$, qual é:

A) a área (em m^2) da mancha de óleo no instante **t** = 2 min.? Considere o valor de $\pi = 3{,}14$.

a) 47,10
b) 706,50
c) 70,65
d) 57,10
e) 38,10

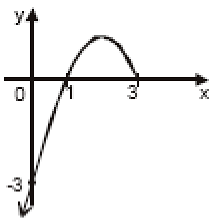
B) Faça um esboço do gráfico que representa a área da mancha de óleo em função do tempo **t.**

24. (UFF 01) Considere a função f: IR → IR definida por

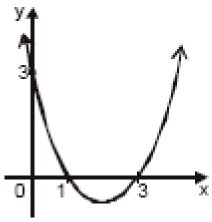
f (x) = (3 – x) (x – 1).

Identifique a melhor representação do gráfico de f.

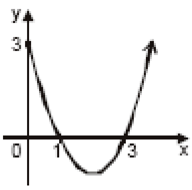
a)



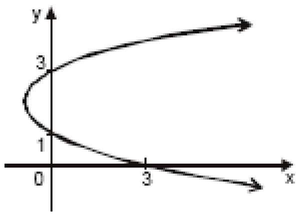
b)



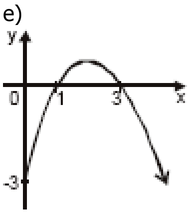
c)



d)



e)



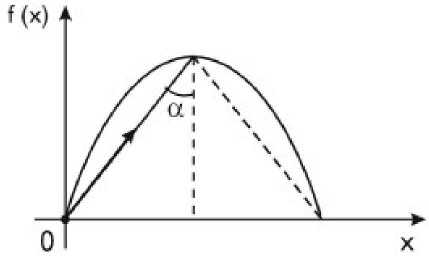
25. (UERJ 1q/01) Durante um Durante um experimento, um pesquisador anotou as posições de dois móveis A e B, elaborando a tabela abaixo.

Tempo (t) em segundos	Posição em metros	
	A	B
0	-5	15
1	0	0
2	5	-5
3	10	0
4	15	15

O movimento de A é uniforme e o de B é uniformemente variado. A distância, em metros, entre os móveis **A** e **B**, no instante **t** = 6 segundos, corresponde a:

(A) 45 (B) 50 (C) 55 (D) 60

26. (UERJ 01/2q) A figura abaixo mostra um anteparo parabólico que é representado pela função $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + 2\sqrt{3}x$.



Uma bolinha de aço é lançada da origem e segue uma trajetória retilínea. Ao incidir no vértice do anteparo é refletida e a nova trajetória é simétrica à inicial, em relação ao eixo da parábola. O valor do ângulo de incidência α corresponde a:

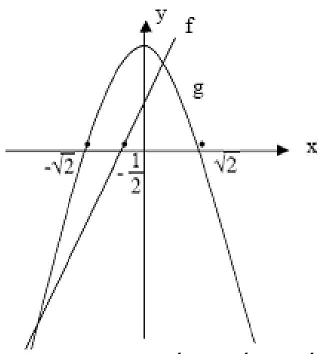
(A) 30º
(B) 45º
(C) 60º
(D) 75º

27. (UERJ 1998) Sabe-se que o polinômio

$$P(x) = -2x^3 - x^2 + 4x + 2$$

pode ser decomposto na forma P(x) = (2x + 1) ($-x^2$ + 2).

Representando as funções reais f(x) = 2x + 1 e g(x) = - x^2 + 2, num mesmo sistema de coordenadas cartesianas, obtém-se o gráfico abaixo:



Tendo por base apenas o gráfico, é possível resolver a inequação $-2x^3 - x^2 + 4x + 2 < 0$. Todos os valores de x que satisfazem a essa inequação estão indicados na seguinte alternativa:

a) $x < -\sqrt{2}$ ou $x > -\frac{1}{2}$

b) $x < -\sqrt{2}$ ou $x > \sqrt{2}$

c) $x < -\sqrt{2}$ ou $-\frac{1}{2} < x < \sqrt{2}$

d) $-\sqrt{2} < x < -\frac{1}{2}$ ou $x > \sqrt{2}$